引文格式:范佳宝,祝会忠,李军,等.长距离北斗参考站网的非差格网化VRS生成方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2026,51(7):1348-1359.DOI:10.13203/j.whugis20260077

Citation:FAN Jiabao,ZHU Huizhong,LI Jun,et al.Undifferenced Grid VRS Generation Method of Long-Range BDS Reference Station Network[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2026,51(7):1348-1359.DOI:10.13203/j.whugis20260077

长距离北斗参考站网的非差格网化VRS生成方法

范佳宝[1] 祝会忠[1] 李 军[1] 邓志国[1]

1 辽宁工程技术大学测绘与地理科学学院,辽宁 阜新,123000

摘 要:实时动态定位(real-time kinematic, RTK)作为北斗卫星导航系统高精度定位的主要手段之一,得到了广泛应用,但随着基线长度的增加,RTK定位性能将逐渐降低,用户无法完成可靠的高精度定位。因此,利用参考站网生成误差改正信息,对用户误差进行改正。针对未来海量用户的定位需求,传统的虚拟参考站(virtual reference station, VRS)观测值生成时,参考站之间的相关性无法去除,个别参考站数据中断将导致VRS无法连续生成。因此,提出了基于非差误差改正数的格网化VRS生成方法。不同于一般的直接估计双差整周模糊度生成误差改正数,所提方法在此基础上,通过设置全网的参考站和参考卫星的基准整周模糊度,实现全网一致性的非差整周模糊度估计,以及全网一致性的非差误差改正数生成。VRS观测值生成时,误差改正数之间突破了测站与卫星之间的相关性,每个参考站上每颗卫星的非差改正数都是独立的。因此,非差改正数可针对每个站点进行主动播发,同时可避免个别参考站误差改正数无法生成所导致的VRS失败的问题。实验表明,在实际应用中,某个参考站误差改正数无法持续生成,生成VRS时可进行不同参考站网的切换,非差格网化算法既能保证参考站网切换时生成的VRS大气误差的连续性,也能保证定位结果的连续性,实现了厘米级的高精度增强定位。

关键词:虚拟参考站;参考站网;海量用户;非差整周模糊度;误差改正数

中图分类号:P228 **文献标识码**:A **收稿日期**:2026-06-01

DOI:10.13203/j.whugis20260077 **文章编号**:1671-8860(2026)07-1348-12

Undifferenced Grid VRS Generation Method of Long-Range BDS Reference Station Network

FAN Jiabao[1] *ZHU Huizhong*[1] *LI Jun*[1] *DENG Zhiguo*[1]

1 School of Geomatics, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China

Abstract: **Objectives**: Aiming at the positioning requirements of vast users in the future, the correlation between the reference stations can't be removed when the traditional virtual reference station (VRS) observations are generated, and the interruption of individual reference station data will render VRS unable to be continuously generated. **Methods**: The undifferenced VRS algorithm addresses the correlation issue of correction values between reference stations and satellites. The undifferenced correction values at every reference station are mutually independent. When generating VRS corrections, an optimal subnetwork of reference stations can be selected based on real-time requirements, thereby eliminating the re-convergence of carrier-phase ambiguities for users triggered by data outages at individual reference stations. With fixed double-difference integer ambiguities, we assign reference integer ambiguities for all network reference stations and the reference satellite to achieve network-wide consistent undifferenced integer ambiguity estimation, and to generate the corresponding values. **Results**: Experimental verification is carried out for the positioning perfor-

基金项目:国家自然科学基金(42030109,42074012);辽宁省振兴人才计划(XLYC2002101,XLYC2008034,XLYC2002098);辽宁省博士科研启动基金(2025-BS-0390)。

第一作者:范佳宝,博士生,主要从事GNSS数据处理方面的研究。472410046@lntu.edu.cn

通信作者:祝会忠,博士,教授。zhuhuizhong@whu.edu.cn

mance of the undifferenced VRS method. Four reference stations are used to generate VRS observations and construct two triangular subnetworks to resolve undifferenced integer ambiguities, with the grid spacing of VRS set to 10 km. VRS $R1$ is selected for algorithm testing, where user stations $U1$, $U2$ and $U3$ are arranged nearby. Differential positioning is performed using synthetic observations of $R1$, and user positioning accuracy is analyzed when a single reference station experiences a data outage. **Conclusions:** The experimental results indicate that the proposed undifferenced grid VRS method can maintain continuous VRS atmospheric corrections during reference subnetwork switching. In double-difference, the proposed method can also ensure continuous positioning results and realize centimeter-level high-precision positioning.

Key words: virtual reference station; reference station network; vast users; undifferenced integer ambiguity; error correction value

北斗卫星导航系统(BeiDou navigation satellite system, BDS)定位受卫星轨道、钟差及大气延迟等误差的影响,不能满足高精度定位的应用需求[1]。网络实时动态定位(real-time kinematic, RTK)和区域增强精密单点定位(precise point positioning, PPP)是目前提高BDS和其他全球卫星导航系统定位精度,实现高精度RTK服务的重要手段[2]。网络RTK方法通过区域参考站网的解算[3],生成状态观测空间表示(observable space representation, OSR)误差改正信息,可用于直接修正用户的观测值误差。同时,PPP-RTK通过全球测站生成轨道、钟差、未校正的相位延迟等OSR信息,从而实现高精度定位[4]。在PPP-RTK技术的应用中,大气延迟误差改正值的精度是决定PPP-RTK能否快速收敛的关键[5],但用于缩短初始化收敛时间的大气产品仍然需要通过区域参考站网生成,同时所采用的精密卫星轨道、钟差产品的模型较为复杂,很难直接应用于区域参考站网的高精度定位。因此,网络RTK成为应用最广泛的基于区域参考站网的高精度RTK方法。

参考站网整周模糊度固定是网络RTK提供服务的基础,针对长距离参考站网整周模糊度固定,文献[6]将电离层约束模型和对流层约束信息引入到整周模糊度解算(ambiguity resolution, AR)中,解决了网络RTK系统初始化过程中AR固定时间长、可靠性低的问题。文献[7]利用BDS三频观测数据的特点,提出了三频相位AR(three-carrier AR, TCAR)方法,极大提升了参考站模糊度固定的成功率。为解决TCAR方法易受电离层延迟的影响而导致的原始AR失败的问题,文献[8]提出了一种无电离层TCAR方法,使用BDS数据验证了所提方法的AR性能。上述研究为参考站间的AR奠定了坚实的算法基础。网络RTK多采用参考站双差残差的形式进行误差改正,双差误差改正导致测站和卫星间产生相关性,非差网络RTK算法则解决了参考站间误差改正数的相关性问题[9]。然而,该研究仅对定位模型进行了详细的介绍,并未分析个别参考站数据中断时,用户如何实现连续高精度定位。因此,本文将研究个别参考站数据中断时用户的连续可靠定位问题。

针对大量用户的服务请求,网络RTK不直接播发误差改正数给用户,而是按一定间距生成虚拟参考站(virtual reference station, VRS)观测值,用户利用VRS观测值进行误差消除和高精度定位。文献[10]对已有的VRS误差模型化和生成算法等理论进行了介绍;文献[11]在基于VRS技术的差分GPS基础上,提供了多个涉及VRS观测值生成软件及网络VRS定位服务的网站地址,极大地方便了基于VRS观测值的用户数据处理。当参考站网受极端情况影响不能提供可靠的误差改正数时,大气误差经验模型即使不固定参考站模糊度,也能对用户距离相关误差进行改正,从而实现高精度定位[12]。上述VRS研究中,首先固定参考站间的双差整周模糊度,然后利用计算得到的残差和误差改正数生成VRS数据[13-14],误差改正数无法摆脱参考站之间的相关性,在VRS生成时极易受到个别参考站的影响,无法提供稳定可靠的定位服务。本文提出的非差VRS方法克服了数据解算过程中因个别参考站数据中断而导致的用户模糊度重新初始化的问题。

相比于现有非差网络RTK研究,非差VRS方法突破了传统VRS观测值生成过程中误差改正数在测站与卫星间固有的相关性约束,实现了全网一致性非差整周模糊度基准的统一构建,让每个参考站上每颗卫星的非差改正数完全独立,彻底摆脱了传统方法中改正数相互耦合以及整体依赖观测数据的局限。非差改正数可实现单个站点上单卫星的独立主动播发,在VRS观测值

生成环节,能够依据实时定位需求与参考站运行状态,自主筛选最优参考站子网进行误差改正数的内插,从根本上规避了个别参考站数据中断、误差改正数失效导致的VRS生成中断问题。用户在定位过程中接收VRS观测值并进行差分,可以实现高精度的误差改正,生成的虚拟VRS观测值的精度仅取决于所选参考站之间的距离和大气误差内插精度[15]。在非差算法下,参考站数据播发量较小,很大程度上缓解了参考站数据的通信压力,同步服务的用户数量显著提升。

1 长距离参考站网非差整周模糊度的估计

准确固定参考站整周模糊度是VRS生成的基础,只有准确地固定了参考站的整周模糊度,才能解算出高精度误差改正信息,进而生成VRS观测值。因此,本节对参考站非差模糊度固定模型进行介绍。

1.1 BDS单参考站非差法方程构建

BDS长距离网络RTK定位采用载波相位和伪距观测值,观测历元i的非差观测方程可表示为[16]:

$$L_{r,j}^{s}(i)=\rho_r^s(i)+T_r^s(i)+\mathrm{d}t_r(i)+\lambda_j\delta_{r,j}(i)-\mathrm{d}t^s(i)-\lambda_j\delta_j^s(i)-\mu_j\iota_r^s(i)+\lambda_jN_{r,j}^s+\varepsilon(L_{r,j}^s) \tag{1}$$

$$P_{r,j}^{s}(i)=\rho_r^s(i)+T_r^s(i)+\mathrm{d}t_r(i)+d_{r,j}(i)-\mathrm{d}t^s(i)-d_j^s(i)+\mu_j\iota_r^s(i)+\varepsilon(P_{r,j}^s) \tag{2}$$

式中,$L_{r,j}^s$和$P_{r,j}^s$分别表示非差的相位和伪距观测值,单位均为m;ρ_r^s为测站到卫星的几何距离;r、s、j分别表示接收机、卫星及频率的索引,$j=1,2,3$分别表示B1、B2、B3频率;T_r^s为传播路径上的对流层延迟参数;$\mathrm{d}t_r$和$\mathrm{d}t^s$分别表示接收机钟差和卫星钟差;$\lambda_j=c/f_j$为频率j对应的载波相位的波长,c表示光速,f_j表示第j个频率;$\delta_{r,j}$、δ_j^s分别表示以周为单位的接收机相位偏差和卫星相位偏差;$\mu_j=f_1^2/f_j^2$表示电离层比例系数;ι_r^s为传播路径上第一频率的电离层延迟;$N_{r,j}^s$为以周为单位的具有整数特性的整周模糊度;$\varepsilon(L_{r,j}^s)$和$\varepsilon(P_{r,j}^s)$分别为载波相位观测值和伪距观测值的噪声;$d_{r,j}$、d_j^s分别为以m为单位的接收机伪距偏差和卫星伪距偏差。载波相位和伪距观测方程的统一矩阵表达式为:

$$\boldsymbol{B}_r^s\boldsymbol{X}_r^s=E\begin{bmatrix}L_{r,j}^s\\P_{r,j}^s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}m_r^s & -\mu_j & \lambda_j & 1 & -1 & \lambda_j & 0 & -\lambda_j & 0\\ m_r^s & \mu_j & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tau_r & \iota_r^s & \boldsymbol{N}_{r,j}^s & \mathrm{d}t_r & \mathrm{d}t^s & \delta_{r,j} & d_{r,j} & \delta_j^s & d_j^s\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

式中,$\boldsymbol{B}_r^s$为系数矩阵;$\boldsymbol{X}_r^s$为待估参数向量;E为期望运算符;m_r^s为测站r到卫星s的投影函数之差;τ_r为测站r的天顶对流层延迟误差。对流层延迟误差采用天顶对流层延迟误差和投影函数的形式,表达式为[17-18]:

$$T_r^s\approx m_r^s\tau_r \tag{4}$$

在对流层延迟误差采用映射函数形式估计之前,相当一部分的延迟可以用先验Saastamoinen模型进行对流层误差的改正,湿延迟部分采用随机游走过程模拟[19],观测值O_r^s的先验方差-协方差阵$\boldsymbol{Q}$的表达式为:

$$\boldsymbol{Q}(O_r^s)\Rightarrow D\begin{bmatrix}L_{r,j}^s\\P_{r,j}^s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sigma_\varphi^2(e) & 0\\0 & \sigma_P^2(e)\end{bmatrix} \tag{5}$$

式中,D表示方差运算符;$\sigma_\varphi^2(e)$为载波相位观测值的先验方差;$\sigma_P^2(e)$为伪距观测值的先验方差;e表示各卫星的高度角。本文采用定权模式来处理非差观测值[20],得到非差观测值的先验方差-协方差阵$\boldsymbol{Q}$,观测方程的权矩阵可以表示为:

$$\boldsymbol{P}(O_r^s)=\sigma_0^2/\boldsymbol{Q}(O_r^s)=\begin{bmatrix}\sigma_0^2/\sigma_\varphi^2(e) & 0\\0 & \sigma_0^2/\sigma_P^2(e)\end{bmatrix} \tag{6}$$

式中,$\boldsymbol{P}(O_r^s)$为观测值权矩阵;σ_0表示单位权中误差。最后可以形成附加大气参数的整周AR的法方程,联立式(3)和式(6),形成的法方程为:

$$(\boldsymbol{B}_r^s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(O_r^s)\boldsymbol{B}_r^s\boldsymbol{X}_r^s=(\boldsymbol{B}_r^s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(O_r^s)E(O_r^s) \tag{7}$$

法方程作为最小二乘解算中最关键的方程组,具有良好的可叠加性。不同历元中相同的定位参数可直接叠加,同时利用法方程还能评定方程的性质及解算的可靠性。

1.2 参考站网法方程信息的联合解算

不同于一般参考站网形成独立基线求解法方程的方法,本文在解算时对各个参考站的法方程独立叠加,形成每个参考站独立的法方程后,再搜索参考站网中的独立基线[21]。该方法无需参考站满足共视卫星条件,因此,既可综合利用所有卫星,也可采用分布式计算方式对单个参考站进行处理,从而提高解算效率。

在分处理器上分别对各自参考站的法方程叠加时,不考虑各参考站的卫星是否一致。在后续的参考站独立基线联合解算中,首先寻找共视卫星,并采用参数消去法来消去非共视卫星,然后通过映射函数得到基线的法方程,最后进行联合解算。

本文选定高度角最高的卫星作为基准卫星。在参考站联合处理中,按组成的基线分别进行联合解算,如参考站A、B联合后的基线解算法方程为:

$$\boldsymbol{N}_{AB}\boldsymbol{X}_{AB}=\boldsymbol{W}_{AB}\Rightarrow\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}_{B,\tau\tau} & \boldsymbol{N}_{B,\tau\iota} & \boldsymbol{N}_{B,\tau n}\\ & \boldsymbol{N}_{B,\iota\iota} & \boldsymbol{N}_{B,\iota n}\\ & & \boldsymbol{N}_{B,nn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\nabla\tau_{AB}^{sq}\\ \Delta\nabla\iota_{AB}^{sq}\\ \Delta\nabla N_{AB,j}^{sq}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}W_{B,1}-W_{A,1}\\ W_{B,2}-W_{A,2}\\ W_{B,3}-W_{A,3}\end{bmatrix}\tag{8}$$

式中,$\boldsymbol{N}_{AB}$为法方程系数矩阵;$\boldsymbol{X}_{AB}$为未知参数向量;$\boldsymbol{W}_{AB}$为法方程常数向量;$\boldsymbol{N}_{B,\tau\tau}$为对流层参数自身的法方程系数子矩阵;$\boldsymbol{N}_{B,\tau\iota}$表示对流层与电离层参数的子矩阵;$\boldsymbol{N}_{B,\tau n}$表示对流层与模糊度参数的子矩阵;$\boldsymbol{N}_{B,\iota\iota}$表示电离层参数自身的法方程系数子矩阵;$\boldsymbol{N}_{B,\iota n}$表示电离层与模糊度参数的子矩阵;$\boldsymbol{N}_{B,nn}$表示模糊度参数自身的法方程系数子矩阵;$\Delta\nabla\tau_{AB}^{sq}$为$A$、$B$测站双差对流层延迟;$\Delta\nabla\iota_{AB}^{sq}$为$A$、$B$测站双差电离层延迟;$\Delta\nabla N_{AB,j}^{sq}$表示双差整周模糊度;$W_{B,1}-W_{A,1}$表示对流层对应的差分常数项;$W_{B,2}-W_{A,2}$表示电离层对应的差分常数项;$W_{B,3}-W_{A,3}$表示模糊度对应的差分常数项。基线法方程的系数矩阵$\boldsymbol{N}_{AB}$仅保留了基准站$B$的方差-协方差信息,而常数向量$\boldsymbol{W}_{AB}$则采用$A$、$B$两站观测方程的差分形式。在此框架下,参考站$A$观测值中的误差改正数对$B$站的增益仅通过差分常数项传递,而系数矩阵仍以$B$站为参考基准。

在基线解算中,大气参数用随机游走过程进行估计,随机游走的虚拟观测方程可以表示为[22]:

$$\begin{cases}\nu_\tau=\Delta\nabla\tau(i)-\Delta\nabla\tau(i+1)\\ \rho_\tau=\dfrac{{\sigma_0}^2}{{q_\tau}^2\Delta t}\end{cases}\tag{9}$$

$$\begin{cases}\nu_\iota=\Delta\nabla\iota(i)-\Delta\nabla\iota(i+1)\\ \rho_\iota=\dfrac{{\sigma_0}^2}{{q_\iota}^2\Delta t}\end{cases}\tag{10}$$

式中,ν_τ与ν_ι分别表示对流层随机游走与电离层随机游走的虚拟观测值残差;$\Delta\nabla\tau()$为双差对流层延迟;$\Delta\nabla\iota()$为双差电离层延迟;ρ_τ、ρ_ι分别表示对流层、电离层随机游走虚拟观测方程的权重;q_τ、q_ι分别表示对流层、电离层随机游走过程的噪声谱密度;Δt表示相邻历元间的时间间隔。将大气参数随机游走模型对应的法方程与观测值法方程合并叠加,对应的法方程可以表示为:

$$\begin{bmatrix}\rho_\tau & -\rho_\tau & 0 & 0\\ -\rho_\tau & \rho_\tau & 0 & 0\\ 0 & 0 & \rho_\iota & -\rho_\iota\\ 0 & 0 & -\rho_\iota & \rho_\iota\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\nabla\tau(i)\\ \Delta\nabla\tau(i+1)\\ \Delta\nabla\iota(i)\\ \Delta\nabla\iota(i+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\end{bmatrix}\tag{11}$$

最后通过法方程叠加统一形成法方程,表达式为:

$$\boldsymbol{N}\boldsymbol{X}=\boldsymbol{W}\tag{12}$$

式中,$\boldsymbol{N}$为法方程系数矩阵;$\boldsymbol{X}$为待估参数;$\boldsymbol{W}$为常数向量。式(12)的法方程与已有的法方程进行叠加,经过多个历元的数据叠加后,可以得到模糊度参数的实数解。利用模糊度实数解及其对应的协方差矩阵,通过最小二乘模糊度去相关调整算法搜索可得到模糊度最优值,从而进行整周模糊度的解算。

1.3　全网一致性的非差整网AR

非差格网化实现的关键是参考站非差整周模糊度的估计。本文在参考站网双差模糊度固定的基础上估计全网一致的非差整周模糊度,生成全网一致的非差误差改正数,从而在非差格网化VRS生成时可以自由选择附近的参考站进行组合。

在参考站网双差整周模糊度通过严格的双差检核条件后,从参考站与卫星的组合关系入手,设置参考站非差基准整周模糊度和卫星非差基准整周模糊度,从而实现全网双差整周模糊度的非差分离。

以BDS B1频率双差载波相位整周模糊度为例,可以得到卫星s、q在参考站A、B、C上的B1频率非差载波相位整周模糊度,表达式为:

$$\begin{bmatrix}\Delta\nabla N_{AB,1}^{sq}\\ \Delta\nabla N_{BC,1}^{sq}\\ \Delta\nabla N_{CA,1}^{sq}\\ \vdots\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & \cdots\\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & \cdots\\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & \cdots\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots\end{bmatrix}\begin{bmatrix}N_{A,1}^{s} & N_{A,1}^{q} & N_{B,1}^{s} & N_{B,1}^{q} & N_{C,1}^{s} & N_{C,1}^{q} & \cdots\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\tag{13}$$

式中,$\Delta\nabla N_{AB,1}^{sq}$、$\Delta\nabla N_{BC,1}^{sq}$、$\Delta\nabla N_{CA,1}^{sq}$分别为基线$AB$、$BC$、$CA$已估计的双差整周模糊度;$N_{A,1}^{s}$、$N_{A,1}^{q}$、$N_{B,1}^{s}$、$N_{B,1}^{q}$、$N_{C,1}^{s}$和$N_{C,1}^{q}$均为待估计的非差整周模糊度。此时可认为基准站$A$和卫星$q$有关的所有非差整周模糊度的值已知,可以设定为任意的常数值,表达式为:

$$\begin{bmatrix}0\\0\\0\\\vdots\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\end{bmatrix}\begin{bmatrix}N^s_{A,1}&N^q_{A,1}&N^s_{B,1}&N^q_{B,1}&N^s_{C,1}&N^q_{C,1}&\cdots\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\tag{14}$$

通过式(13)、式(14),便可由双差整周模糊度转换为全网一致的非差整周模糊度,由于每个参考站上都包含相同的基准模糊度,在VRS内插系数为1的前提下,生成的VRS观测值的模糊度基准仍旧保持着整周状态,不影响用户站整周模糊度的固定和高精度定位。

2 长距离参考站网非差格网VRS生成

参考站非差整周模糊度准确固定后,能直接生成非差误差改正数,从而对用户观测误差进行改正。此时,服务端需要为每个用户生成误差改正数,因此,服务的用户数量非常有限。为满足海量用户的高精度定位需求,通过非差误差改正信息和格网点的准确坐标直接生成格网VRS观测值,只需选择最近的VRS即可进行高精度定位。

2.1 格网VRS观测值误差的内插

参考站非差整周模糊度估计后,可以生成各站独立的非差误差改正信息,在生成VRS误差时,需要确定合理的误差改正数加权系数,以提高大气误差内插的精度。内插系数的精度以及参与内插的误差改正数的精度和参考站数量,共同决定了VRS观测值的精度。采用综合误差内插法进行内插,在VRS误差内插时将电离层延迟误差、中性大气延迟误差、卫星轨道误差等进行统一处理,不进行误差分离,直接根据用户站相对于多个基准站的位置内插出各种误差的综合影响,A、B、C参考站的内插系数α_A、α_B、α_C可表示为:

$$\begin{cases}\alpha_A=\dfrac{1/S_{AU}}{1/S_{AU}+1/S_{BU}+1/S_{CU}}\\[2ex]\alpha_B=\dfrac{1/S_{BU}}{1/S_{AU}+1/S_{BU}+1/S_{CU}}\\[2ex]\alpha_C=\dfrac{1/S_{CU}}{1/S_{AU}+1/S_{BU}+1/S_{CU}}\end{cases}\tag{15}$$

式中,S_{AU}、S_{BU}、S_{CU}分别为参考站A、B、C到VRS的几何距离。区域误差内插示意图如图1所示,其中,A、B、C为3个参考站,U为格网点VRS,通过参考站与VRS的位置加权处理得到VRS观测值的综合误差改正数。非差格网化VRS是通过参考站A、B、C内插出同一颗卫星的误差改正数,每个参考站误差改正数完全独立,提供各自的误差改正数,避免数据解算过程中因个别参考站数据中断而导致综合误差改正数无法生成的问题。

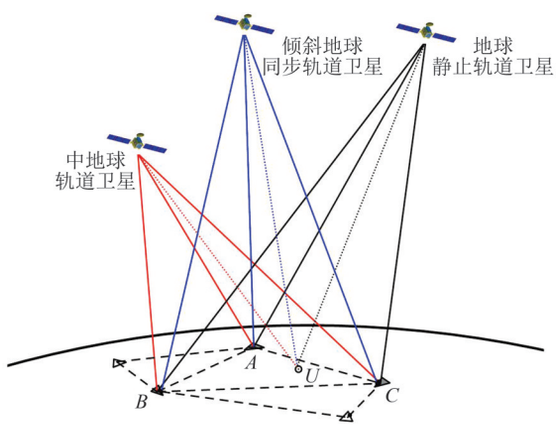


图1 区域误差内插示意图

Fig. 1 Diagram of Regional Error Interpolation

在VRS生成中,综合误差内插法是最常用的线性内插方法。除线性内插法外,还可以采用低阶曲面模型、克里金插值方法、最小二乘配置法、多项式模型、低阶球谐函数模型和广义三角函数模型进行电离层延迟的建模与内插。克里金插值方法是地质统计学中常用的空间内插方法,充分考虑了观测数据间的空间相关性和变异性,已被用于建立电离层垂直总电子含量模型,并取得了理想的效果。本文侧重于非差格网化VRS生成验证,因此,只通过综合误差内插法来得到VRS的误差改正数。

2.2 格网VRS观测值的生成

通过观测方程可以直接得到观测值残差(observed minus computed, OMC),基准站A的OSR信息可以表示为:

$$\mathrm{OSR}\left(P^s_{A,j}\right)=E\left(\tilde{P}^s_{A,j}\right)=\tau^s_A+\mathrm{d}t_A+d_{A,j}-\mathrm{d}t^s-d^s_j+\mu_j\iota^s_A\tag{16}$$

$$\mathrm{OSR}\left(L^s_{A,j}\right)=E\left(\tilde{L}^s_{A,j}-\lambda_jN^s_{A,j}\right)=\tau^s_A+\mathrm{d}t_A+\lambda_j\delta_{A,j}-\mathrm{d}t^s-\lambda_j\delta^s_j-\mu_j\iota^s_A\tag{17}$$

式中,$\mathrm{OSR}\left(P^s_{A,j}\right)$与$\mathrm{OSR}\left(L^s_{A,j}\right)$分别表示伪距观测值与载波观测值的OSR改正信息;$E\left(\tilde{P}^s_{A,j}\right)$表示伪距OMC值的期望;$\tau^s_A$为基准站$A$的对流层延迟误差;$\mathrm{d}t_A$表示基准站$A$的接收机钟差;$d_{A,j}$表示基准站$A$在频率$j$上的伪距硬件延迟偏差;$\iota^s_A$表示基准站$A$的电离层延迟误差;$E\left(\tilde{L}^s_{A,j}-\lambda_jN^s_{A,j}\right)$表示

基准站A的相位OMC值去除模糊度后的期望;$\tilde{L}^s_{A,j}$和$\tilde{P}^s_{A,j}$分别表示相位和伪距的OMC值,$\tilde{L}^s_{A,j}=L^s_{A,j}-\rho^s_A$,$\tilde{P}^s_{A,j}=P^s_{A,j}-\rho^s_A$,$L^s_{A,j}$与$P^s_{A,j}$分别表示基准站$A$的原始载波相位观测值和原始伪距观测值,$\rho^s_A$表示基准站$A$与卫星$s$之间的几何距离;$\delta_{A,j}$为基准站$A$在频率$j$上的相位硬件延迟偏差。从式(16)、式(17)可以看出,载波观测值的OSR包含观测值的整周模糊度值$N^s_{A,j}$,通过前文推算,整网一致的非差整周模糊度已经被成功估计。非差OSR误差改正信息包含大气参数、钟差参数以及硬件延迟偏差,其中,相位硬件延迟参数影响了模糊度的整数特性,大气参数影响了模糊度的收敛时间。

参考站A、B、C误差改正数的内插系数满足$\alpha_A+\alpha_B+\alpha_C=1$,由3个参考站生成的VRS的综合误差改正数可表示为:

$$\begin{aligned}\mathrm{OSR}\left(L^s_{\mathrm{VRS},j}\right)=&\alpha_A E\left(\tilde{L}^s_{A,j}-\lambda_j N^s_{A,j}\right)+\alpha_B E\left(\tilde{L}^s_{B,j}-\lambda_j N^s_{B,j}\right)+\alpha_C E\left(\tilde{L}^s_{C,j}-\lambda_j N^s_{C,j}\right)=\\&\alpha_A\tau^s_A+\alpha_B\tau^s_B+\alpha_C\tau^s_C-\mu_j(\alpha_A\iota^s_A+\alpha_B\iota^s_B+\alpha_C\iota^s_C)+\alpha_A\mathrm{d}t_A+\alpha_B\mathrm{d}t_B+\alpha_C\mathrm{d}t_C+\\&\lambda_j\left(\alpha_A\delta_{A,j}+\alpha_B\delta_{B,j}+\alpha_C\delta_{C,j}\right)-\mathrm{d}t^s-\lambda_j\delta^s_j\end{aligned}\tag{18}$$

式中,$\mathrm{OSR}\left(L^s_{\mathrm{VRS},j}\right)$表示VRS的综合误差改正数;$L^s_{\mathrm{VRS},j}$表示VRS的载波相位观测值;$E\left(\tilde{L}^s_{B,j}-\lambda_j N^s_{B,j}\right)$、$E\left(\tilde{L}^s_{C,j}-\lambda_j N^s_{C,j}\right)$分别表示$B$、$C$参考站的相位OMC值去除模糊度后的期望;$\alpha_A\mathrm{d}t_A+\alpha_B\mathrm{d}t_B+\alpha_C\mathrm{d}t_C$表示VRS的接收机钟差(加权内插值),$\mathrm{d}t_A$、$\mathrm{d}t_B$、$\mathrm{d}t_C$分别表示参考站$A$、$B$、$C$的接收机钟差;$\alpha_A\delta_{A,j}+\alpha_B\delta_{B,j}+\alpha_C\delta_{C,j}$表示VRS的接收机相位硬件延迟(加权内插值),$\delta_{A,j}$、$\delta_{B,j}$、$\delta_{C,j}$分别表示参考站$A$、$B$、$C$的接收机相位硬件延迟;$\tau^s_B$、$\tau^s_C$分别表示参考站$B$、$C$的VRS端对流层延迟;$\iota^s_B$、$\iota^s_C$分别表示参考站$B$、$C$的VRS端电离层延迟。可以看出,综合误差改正数中既包含各个参考站大气误差的加权组合、接收机钟差和接收机硬件延迟的加权组合,也包含了完整的卫星钟差和卫星硬件延迟。其中,接收机有关的误差在卫星差分后即可消除,而卫星相关的误差在用户误差改正的过程中被直接消除。因此,大气延迟误差的内插精度决定误差改正数的质量。

因此,VRS上卫星s第j频率的VRS伪距和载波相位观测值可表示为:

$$P^s_{v,j}=\sqrt{\left(X_v-X^s\right)^2+\left(Y_v-Y^s\right)^2+\left(Z_v-Z^s\right)^2}+\mathrm{OSR}\left(P^s_{u,j}\right)\tag{19}$$

$$L^s_{v,j}=\sqrt{\left(X_v-X^s\right)^2+\left(Y_v-Y^s\right)^2+\left(Z_v-Z^s\right)^2}+\mathrm{OSR}\left(L^s_{u,j}\right)\tag{20}$$

式中,$P^s_{v,j}$表示VRS的伪距观测值;(X_v, Y_v, Z_v)为VRS格网点的准确坐标;(X^s, Y^s, Z^s)为使用广播星历在测站观测时刻经过迭代得到的卫星位置;$\mathrm{OSR}\left(P^s_{u,j}\right)$、$\mathrm{OSR}\left(L^s_{u,j}\right)$分别为VRS的伪距和载波的非差综合误差改正数,是通过参考站A、B、C的非差误差改正数以综合误差内插的方式得到的。

2.3　格网VRS观测值的性质

生成VRS观测值是增强定位的关键步骤,直接为用户提供服务,用于改正用户站的硬件延迟和大气误差。其中,硬件延迟误差、钟差等与硬件相关的误差在用户端会被直接消除,因此,最能体现观测值质量的是VRS观测值中的大气误差与用户站大气误差的相关程度。与参考站相比,用户站需要估计自身的位置参数,其观测值中存在与整周模糊度相关的相位偏差,会破坏参数估计时模糊度的整数特性。流动站需要接收基准站提供的误差改正信息,一方面用于用户站整周模糊度的整数特性恢复,即消除影响模糊度整数特性的相位偏差参数;另一方面用于用户站的大气误差消除,加快用户站的收敛速度及定位精度。

VRS观测值不同于实际观测值,是根据格网点和参考站相对位置内插误差得到的,因此,对用户站误差的改正效果不如实际的参考站。假设VRS所在的位置存在实际参考站m,为分析三者误差构成,表1分别给出了VRS、实际参考站与用户站观测值中包含误差的具体形式。

由表1可知,卫星相关误差参数在实际参考站和VRS中一致,且此类误差对用户站端也同样等效。因此,通过参考站端的误差改正数进行解算,可以消除与卫星相关的误差。在用户站利用参考站误差改正的基础上,通过星间差分的方式可以消掉与接收机相关的误差。此时,接收机与卫星的钟差、接收机与卫星的硬件延迟误差均已消除,因此,可以重点研究VRS OSR和实际参考站大气误差特性的不同。

通过实际参考站改正后的用户站大气参数分别为$T^s_r-T^s_m$和$I^s_r-I^s_m$,当实际参考站和用户站距离很近时,通过参考站的误差改正数就能够

表1 VRS、实际参考站及用户站的误差信息

Table 1 Error Information of VRS, Reference Station and User Station

类型	接收机端误差		卫星端误差	大气延迟误差	
	钟差	相位延迟		对流层	电离层
实际参考站	$\mathrm{d}t_m$	$\delta_{m,j}$		T_m^s	I_m^s
VRS	$\alpha_A\mathrm{d}t_A+\alpha_B\mathrm{d}t_B+\alpha_C\mathrm{d}t_C$	$\alpha_A\delta_{A,j}+\alpha_B\delta_{B,j}+\alpha_C\delta_{C,j}$	$\mathrm{d}t^s$、δ_j^s	$\alpha_AT_A^s+\alpha_BT_B^s+\alpha_CT_C^s$	$\alpha_AI_{A,j}^s+\alpha_BI_{B,j}^s+\alpha_CI_{C,j}^s$
用户站	$\mathrm{d}t_r$	$\delta_{r,j}$		T_r^s	I_r^s

消除大部分误差。实际参考站直接通过大气误差的相关性进行误差消除,而VRS首先需要拟合出大气误差,之后再利用大气误差的相关性消除用户站端误差。而在拟合与内插的过程中,内插模型的精度和大气分布不均匀,使得拟合的大气误差与实际参考站m处的大气误差存在差异,即VRS的大气误差无法完全拟合实际参考站m处的大气误差,因此,误差改正效果不如实际参考站。

3 长距离参考站网非差格网化VRS实验

为测试非差格网化VRS的定位性能,利用中国广东省的4个参考站A、B、C、D生成了VRS。选定VRS $R1$测试非差格网化VRS算法,$R1$附近有用户站$U1$~$U3$,利用生成的$R1$虚拟观测值进行差分定位,分析其中一个参考站无法正常工作时用户的定位结果。4个参考站、VRS、3个用户站的分布如图2所示,其中,A、B、C、D站的经纬度分别为(113.82°E,23.26°N)、(114.09°E,22.63°N)、(114.43°E,23.78°N)、(114.46°E,22.75°N),本文实验的观测时段均为2023-02-15 0时—24时,采样率为1 s,卫星截止高度角为10°。

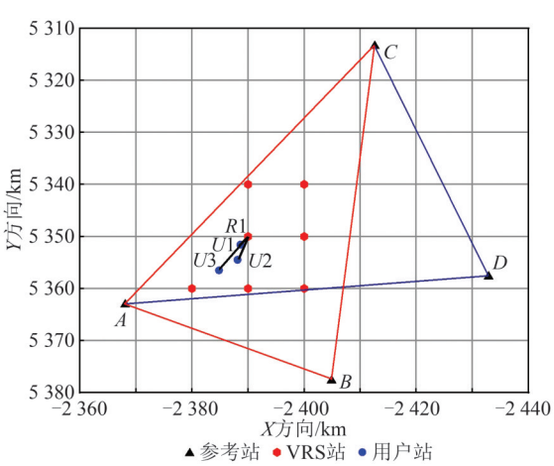


图2 测站分布

Fig. 2 Distribution of Stations

本文选择将4个参考站组成ABC、ACD两个小网,用于固定整周模糊度、生成非差误差改正数,用24 h的数据进行实验,VRS $R1$前12 h的观测值通过参考站网ABC生成,当参考站C无法正常工作时,VRS $R1$后12 h的观测值通过参考站网ACD生成,以此来测试$R1$观测值生成的连续性和用户站定位结果的连续性。其中参考站网ABC的基线长度分别为58 km、64 km、72 km,参考站网ACD的基线长度分别为72 km、54 km、68 km。

为测试参考站C无法正常工作时VRS观测值的定位性能,利用VRS $R1$附近的$U1$、$U2$、$U3$进行测试,分析经过误差改正后的用户站定位精度,$R1$-$U1$、$R1$-$U2$、$R1$-$U3$基线长度分别为2 km、5 km、8 km。

3.1 参考站之间的大气误差分析

参考站之间的大气误差是影响参考站模糊度固定的主要因素,参考站模糊度固定后,未知参数中包含的大气信息反映了参考站间的大气环境,利用无几何距离组合和无电离层组合可分别得到电离层延迟误差和对流层延迟误差。参考站网ABC中大气延迟改正数的变化情况如图3所示。

由图3可知,在12时前后电离层延迟误差明显变大,此时需特别注意电离层延迟误差对参考站模糊度固定性能的影响,需要对电离层参数施加合适的约束。对流层延迟误差并未表现出明显的随时间变化的特性,由于对流层延迟误差为斜路径延迟误差,当卫星即将消失、高度角较低时,对流层延迟误差会随着高度角的降低而增大,此时就需要注意低高度角卫星的模糊度固定情况。一方面,低高度角卫星容易遭受环境遮挡与多路径效应干扰;另一方面,卫星在低高度角条件下大气误差明显增大,这也是造成低高度角卫星整周模糊度固定困难的主要因素。

3.2 参考站非差整周模糊度的估计

参考站非差整周模糊度估计的基础是参考站间双差整周模糊度的固定,利用参考站模糊度固定方法来确定参考站间的双差整周模糊度。参考站的非差误差改正数计算必须以确定该颗卫星的非差整周模糊度为前提,可以利用已经固

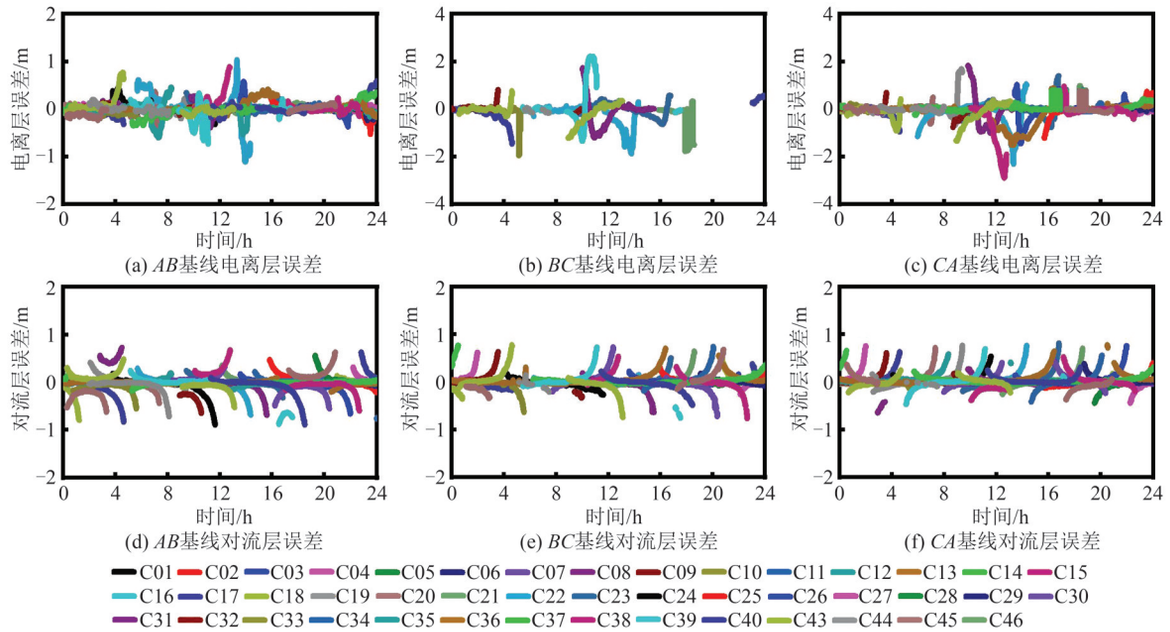


图 3　参考站之间的大气延迟改正数的变化情况

Fig. 3　Variations of Atmospheric Delay Corrections Between Reference Stations

定的参考站双差整周模糊度,计算参考站各颗卫星的非差整周模糊度,以卫星 PRN 16、PRN 3 为例,其中,PRN 16 为选择的卫星高度角最高的参考卫星,PRN 3 在参考站上的非差模糊度可表示为:

$$N_{1,B}^{3}=N_{1,A}^{3}-N_{1,A}^{16}+N_{1,B}^{16}-N_{1,AB}^{3\text{-}16} \tag{21}$$

$$N_{1,C}^{3}=N_{1,A}^{3}-N_{1,A}^{16}+N_{1,C}^{16}-N_{1,AC}^{3\text{-}16} \tag{22}$$

$$N_{1,D}^{3}=N_{1,A}^{3}-N_{1,A}^{16}+N_{1,D}^{16}-N_{1,AD}^{3\text{-}16} \tag{23}$$

式中,$N_{1,A}^{3}$、$N_{1,B}^{3}$、$N_{1,C}^{3}$、$N_{1,D}^{3}$ 分别为 PRN 3 在参考站 A、B、C、D 上的非差模糊度;$N_{1,A}^{16}$、$N_{1,B}^{16}$、$N_{1,C}^{16}$、$N_{1,D}^{16}$ 分别为 PRN 16 在参考站 A、B、C、D 上的非差模糊度;$N_{1,AB}^{3\text{-}16}$、$N_{1,AC}^{3\text{-}16}$、$N_{1,AD}^{3\text{-}16}$ 分别为参考站 A 与 B、A 与 C、A 与 D 上 PRN 3 与 PRN 16 的双差整周模糊度,取值分别为 −7、−5、−10。由此可知,双差整周模糊度 $N_{1,AB}^{3\text{-}16}$、$N_{1,AC}^{3\text{-}16}$、$N_{1,AD}^{3\text{-}16}$ 是可以确定下来的,而非差模糊度 $N_{1,A}^{3}$、$N_{1,A}^{16}$、$N_{1,B}^{3}$、$N_{1,B}^{16}$、$N_{1,C}^{3}$、$N_{1,C}^{16}$、$N_{1,D}^{3}$、$N_{1,D}^{16}$ 的真实值目前是无法确定的,只有设置了参考模糊度才能将非差模糊度确定出来。在参考站非差误差改正数计算中,并不需要使用这些非差模糊度的真实值,而是可以根据实际需要进行取值。将参考站 A 和参考星 PRN 16 相关卫星的非差整周模糊度值都设置为 0,参考星 PRN 3 的参考站 B、C、D 的非差整周模糊度值分别设为 $N_{1,B}^{3}=7$、$N_{1,C}^{3}=5$、$N_{1,D}^{3}=10$。由式(21)~式(23)推算可以得到其他卫星的非差整周模糊度,实现全网基准统一的非差整周模糊度估计。

3.3　VRS 观测值大气误差分析

参考站双差整周模糊度固定成功后,通过设置全网一致的参考站模糊度基准和参考卫星模糊度基准,生成各参考站独立的非差误差改正数。根据 VRS 的位置生成格网点非差误差改正数,格网点非差误差改正数的精度决定了用户站误差的削弱程度,也决定着用户站误差改正后的定位精度。通过参考站 A、B、C 和参考站 A、C、D 来生成 VRS $R1$ 处的大气误差改正信息,因其拥有统一的整周模糊度基准,在参考站 C 不能提供稳定的误差改正数时,可以利用参考站 D 的误差改正信息。此时的大气误差信息在参考站网切换后也保持了一致性,避免个别参考站误差改正数无法生成导致的 VRS 失败的问题。图 4、图 5 分别给出了通过本文方法改进前、后得到的 VRS $R1$ 上的大气误差的变化情况,以 BDS 卫星 C02、C07、C13 为例,0—12 时的数据通过参考站网 A、B、C 生成,12—24 时的数据通过参考站网 A、C、D 生成。

对比图 4、图 5 可知,通过本文方法改进前、后的大气误差在 12 时前后的连续性差异显著,图 4(a)、4(b)中,12 时的 C02 与 C07 卫星电离层误差及对流层误差都出现了明显跳变,而在图 5(a)、5(b)中变化平稳。由于 C13 卫星的观测时段避开了 12 时,因此,其输出的电离层误差及对流层误差均保持稳定。上述差异的产生是因为多站联合解算时,当参考站 C 无法提供误差改正数后,本文所提方法可以利用剩余参考站的观测数

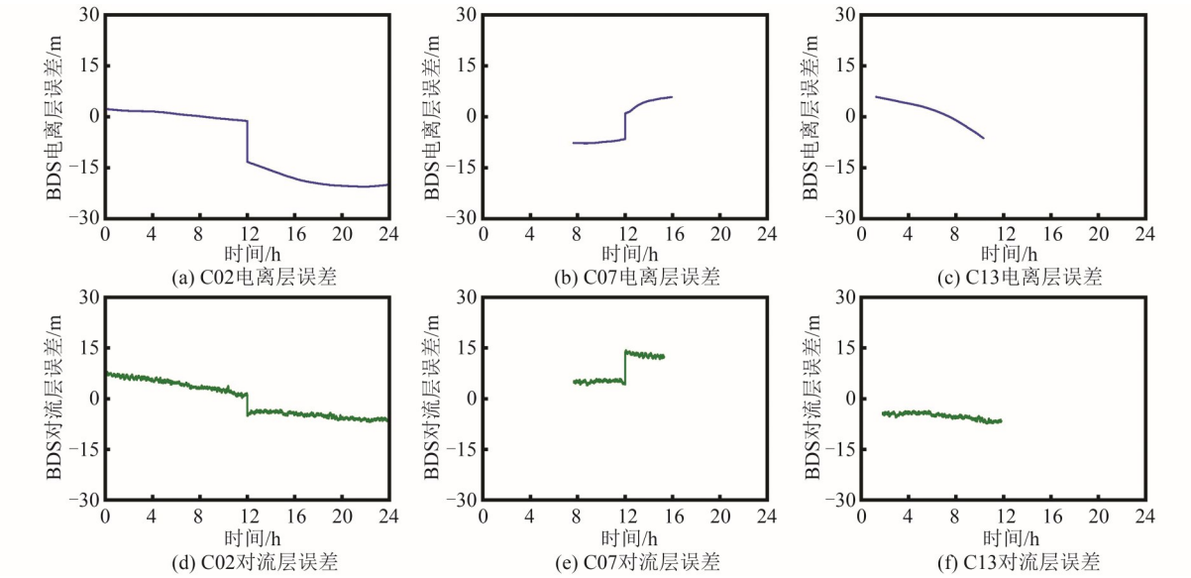


图4 改进前3颗BDS卫星VRS的大气误差变化情况

Fig. 4 Variations of Atmospheric Error for Three BDS Satellites at VRS Before Improvement

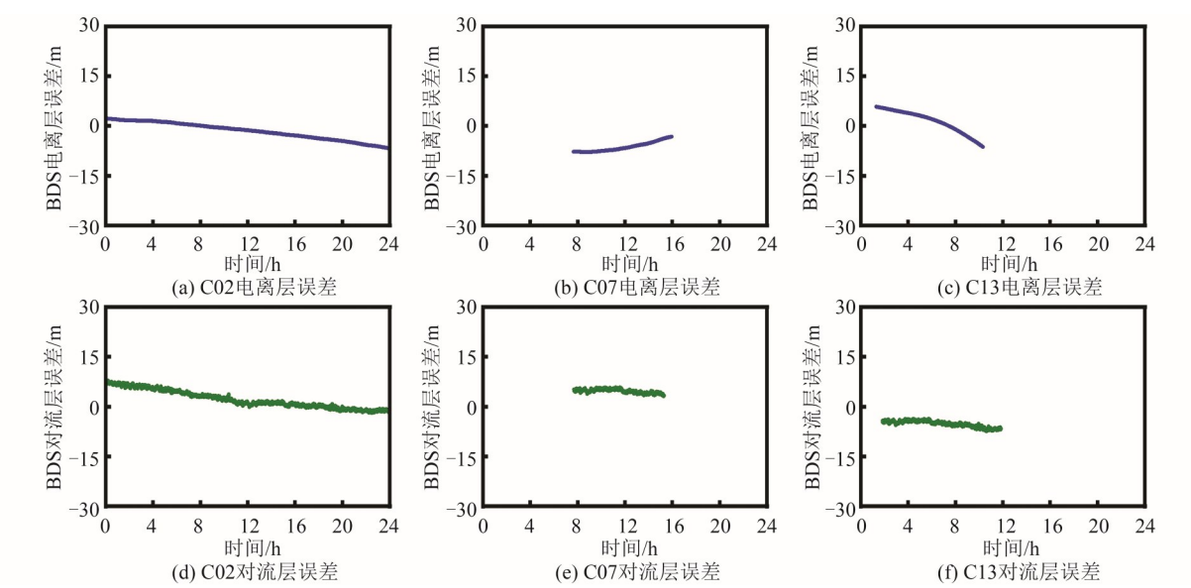


图5 改进后3颗BDS卫星VRS的大气误差变化情况

Fig. 5 Variations of Atmospheric Error for Three BDS Satellites at VRS After Improvement

据进行补偿,以解决单站中断导致的VRS大气误差无法连续生成的问题。

3.4 VRS用户定位性能分析

用户的定位性能取决于观测误差的削弱程度。因此,通过VRS对用户站误差的削弱程度,既可看出虚拟观测值的精度,也可看出用户站通过虚拟观测值改正后能达到的定位精度。为研究格网点VRS $R1$的误差改正效果,对用户站误差改正后的残差进行分析。图6给出了改进前、后用户站通过虚拟观测值改正的基线观测值残差。

由图6可知,算法改进前生成的VRS用户定位的观测值残差在12时出现波动,而通过本文方法改进后,VRS用户残差变化趋于稳定,定位结果保持连续收敛的状态。从基线观测值残差中可以看出,经过虚拟观测值改正后,残差依然呈现出随时间变化而波动的趋势。这是因为误差改正效果有限,无法完全消除VRS用户观测值中具有时变特性的大气误差,但误差改正后该变化趋势较小,不影响整周模糊度的固定,仅决定模糊度的收敛时间。本文方法生成的VRS在12时前后残差无明显跳变与剧烈波动,表明参考站网切换前后大气误差的连续性得以保持,未因站网切换引入额外误差导致不连续,验证了本文方法在站网切换场景下的稳定性与适用性。由图6(b)可看出,利用非差格网化算法可以避免个别参考站数据中断导致的重新收敛现象。

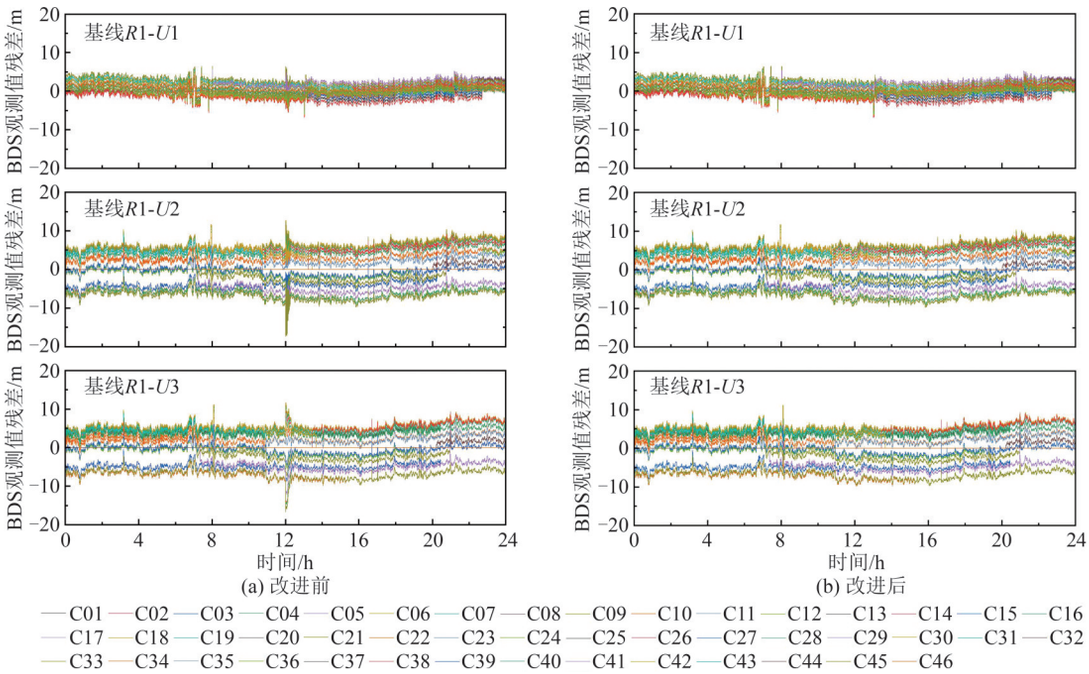


图 6　基线观测值残差

Fig. 6　Baseline Observation Residuals

为进一步分析参考站网切换后的定位结果，对定位结果进行统计，图 7 给出了改进前、后不同基线的非差格网 VRS 分别在北(north, N)、东(east, E)、天(up, U)3 个方向的定位结果。由图 7 可知，传统的 VRS 在 12 时出现跳变后，经过一段时间完成收敛过程，改进后的 3 条基线收敛后定位精度较为稳定，均保持着很高的定位精度，稳定在 ±0.1 m 以内，基准站网的切换并没有造成基线定位偏差的发散。随着基线长度的增加，定位精度随之降低。

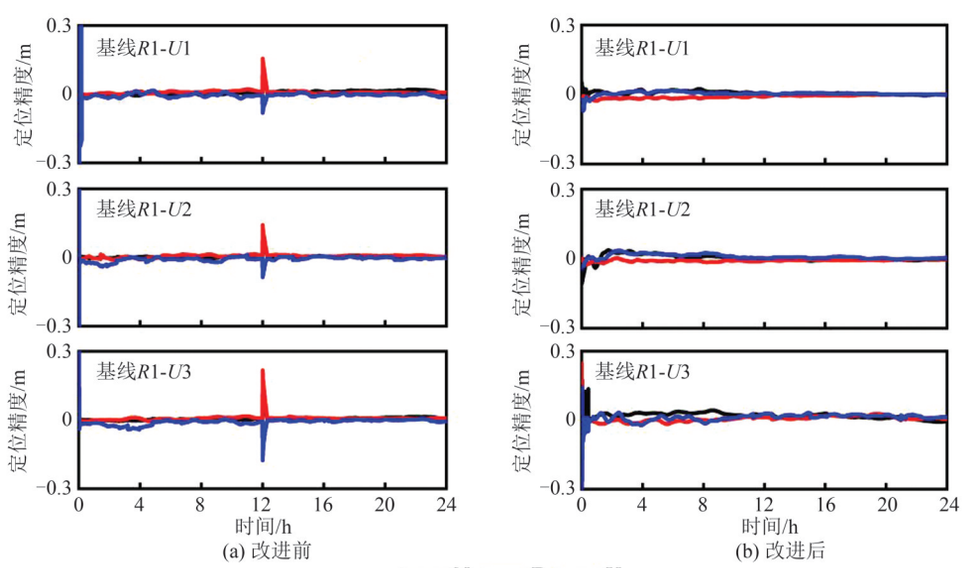


图 7　不同基线的定位结果

Fig. 7　Positioning Results of Different Baseline Lengths

表 2 给出了改进前、后格网 VRS BDS 的定位性能统计结果。由表 2 可知，改进方案解决了传统 VRS 的重固定问题，所有基线的重固定时间均降至 0 s，可以消除基准站网切换过程中出现的定位中断以及结果发散等问题。同时，固定率进一步提升，均达 99% 以上，收敛时间也得到优化。由此可以看出，非差格网化算法可以实现参考站网的自由切换，从而避免个别参考站数据中断所导致的 VRS 无法生成的问题，实现了用户的高精度定位。

表2 格网VRS BDS的定位性能统计结果

Table 2 Statistical Results of Positioning Performance for Grid VRS BDS

改进前后	测站	定位精度/m			收敛时间/s	固定率/%	重固定时间/s
		N	E	U			
改进前	*A*	0.035	0.045	0.038	20	98.7	352
	B	0.038	0.056	0.069	23	98.4	332
	C	0.044	0.071	0.079	38	98.1	364
改进后	*A*	0.021	0.027	0.023	21	99.5	0
	B	0.022	0.051	0.054	17	99.2	0
	C	0.025	0.048	0.067	23	99.0	0

4 结 语

为避免因个别参考站数据中断导致的VRS观测值无法连续生成的问题,本文提出了基于非差误差改正数的格网化VRS生成方法,建立全网统一的非差模糊度基准体系。在参考站网双差整周模糊度估计后,不直接生成误差改正数,而是估计各个参考站上的非差整周模糊度。通过设置全网唯一的参考站和参考卫星整周模糊度基准,得到全网一致性的非差整周模糊度,从而保证各个参考站上非差误差改正数的一致性。与已有非差网络RTK相比,本文建立了全网一致的非差模糊度基准,使非差改正数在测站与卫星之间不再具有相关性。每个参考站上的每颗卫星的非差改正数都是独立的,非差改正数可以逐个站点主动进行播发。本文方法不仅避免了因个别参考站误差改正数无法生成而导致的VRS无法生成的问题,也避免了传统VRS改正数的相关性问题。结合参考站网切换的实际应用场景开展实验,结果验证了本文方法能够保证站网切换过程中VRS大气误差的连续稳定,同时也能保证定位结果的连续,实现了连续的厘米级高精度定位。

参考文献

[1] 李博. BDS-3/GNSS PPP-RTK增强产品估计和可信定位方法[D]. 阜新:辽宁工程技术大学, 2023.
LI Bo. BDS-3/GNSS PPP-RTK Augmented Products Estimation and Credible Positioning Methods[D]. Fuxin: Liaoning Technical University, 2023.

[2] 耿涛,郝鑫卓,李志强,等. 低轨增强北斗三号PPP-B2b精密定位[J/OL]. 武汉大学学报(信息科学版), 2025. https://doi.org/10.13203/j.whugis20250227.
GENG Tao, HAO Xinzhuo, LI Zhiqiang, et al. LEO Augmented Precise Positioning with BDS-3 PPP-B2b[J/OL]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2025. https://doi.org/10.13203/j.whugis20250227.

[3] 黄子源,黄劲松. 一种网络RTK对流层斜延迟的估计方法[J]. 测绘地理信息, 2021, 46(6): 13-16.
HUANG Ziyuan, HUANG Jingsong. A Method for Estimating Tropospheric Slant Delay in Network-RTK[J]. *Journal of Geomatics*, 2021, 46(6): 13-16.

[4] LI Z, CHEN W, RUAN R G, et al. Evaluation of PPP-RTK Based on BDS-3/BDS-2/GPS Observations: A Case Study in Europe[J]. *GPS Solutions*, 2020, 24(2): 38.

[5] 朱威,任晓东,张小红. 不同纬度和站间距的电离层单星模型对PPP-RTK增强定位效果分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2025, 50(11): 2381-2390.
ZHU Wei, REN Xiaodong, ZHANG Xiaohong. Performance of PPP-RTK Enhanced by Slant Ionospheric Model Based on Reference Stations with Different Latitudes and Distances[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2025, 50(11): 2381-2390.

[6] LI B F, SHEN Y Z, FENG Y M, et al. GNSS Ambiguity Resolution with Controllable Failure Rate for Long Baseline Network RTK[J]. *Journal of Geodesy*, 2014, 88(2): 99-112.

[7] TANG W M, DENG C L, SHI C, et al. Triple-Frequency Carrier Ambiguity Resolution for Beidou Navigation Satellite System[J]. *GPS Solutions*, 2014, 18(3): 335-344.

[8] 高星伟,刘经南,葛茂荣. 网络RTK基准站间基线单历元模糊度搜索方法[J]. 测绘学报, 2002, 31(4): 305-309.
GAO Xingwei, LIU Jingnan, GE Maorong. An Ambiguity Searching Method for Network RTK Baselines Between Base Stations at Single Epoch[J]. *Acta Geodaetica et Cartographic Sinica*, 2002, 31(4): 305-309.

[9] 祝会忠,张杰,赵齐乐,等. BDS-3/BDS-2多频数据的长距离非差网络RTK算法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(7): 1146-1159.

ZHU Huizhong, ZHANG Jie, ZHAO Qile, et al. An Algorithm of Long Distance Undifference Network RTK with BDS-3/BDS-2 Multi-frequency Data[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(7): 1146-1159.

[10] 舒宝, 刘晖, 王利, 等. 区域参考站网支撑的PPP和RTK一体化服务及其性能[J]. 测绘学报, 2022, 51(9): 1870-1880.
SHU Bao, LIU Hui, WANG Li, et al. PPP and RTK Integrated Service Method and Performance Based on Regional Reference Station Network[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2022, 51(9): 1870-1880.

[11] ALVES D B M, MONICO J F G. GPS/VRS Positioning Using Atmospheric Modeling[J]. *GPS Solutions*, 2011, 15(3): 253-261.

[12] 王晨辉, 郭伟, 孟庆佳, 等. 基于虚拟参考站的GNSS滑坡变形监测方法及性能分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(6): 990-996.
WANG Chenhui, GUO Wei, MENG Qingjia, et al. Landslide Deformation Monitoring Method and Performance Analysis Based on GNSS Virtual Reference Station[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(6): 990-996.

[13] WIELGOSZ P. Quality Assessment of GPS Rapid Static Positioning with Weighted Ionospheric Parameters in Generalized Least Squares[J]. *GPS Solutions*, 2011, 15(2): 89-99.

[14] 王一铭, 李军, 祝会忠. GPS/BDS-3实时网格改正数的载波平滑伪距算法研究[J]. 测绘科学, 2025, 50(9): 11-22.
WANG Yiming, LI Jun, ZHU Huizhong. Research on Carrier-Smoothed Pseudorange Algorithm for GPS/BDS-3 Real-Time Grid Correction[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2025, 50(9): 11-22.

[15] 谢建涛, 郝金明, 邱璇. 一种改进的网络RTK对流层延迟误差线性内插模型[J]. 大地测量与地球动力学, 2013, 33(6): 90-93.
XIE Jiantao, HAO Jinming, QIU Xuan. An Improved Network RTK Troposphere Delay Error of Linear Interpolation Model[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2013, 33(6): 90-93.

[16] 李晔, 石金晶. 约束双差整周模糊度的GNSS单差载波相位时间比对方法[J]. 全球定位系统, 2024, 49(6): 121-126.
LI Ye, SHI Jinjing. GNSS Single-Difference Carrier Phase Time Comparison Method with Double-difference Integer Ambiguity Constraints [J]. *GNSS World of China*, 2024, 49(6): 121-126.

[17] 戴懿蘅, 杨天宇, 张熙, 等. 区域大高差环境下基于RF/LSTM的天顶对流层湿延迟建模[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2026, DOI: 10.13203/j.whugis20250214.
DAI Yiheng, YANG Tianyu, ZHANG Xi, et al. Zenith Wet Delay Modeling in Local-Scale with Large Elevation Differences Using Random Forest and LSTM[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2026, DOI: 10.13203/j.whugis20250214.

[18] 黄良珂. 顾及时空因素的高精度全球对流层关键参量模型构建研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2020.
HUANG Liangke. Development of the High-Precision Global Models for the Key Parameters of Troposphere Considering Spatiotemporal Factors[D]. Wuhan: Wuhan University, 2020.

[19] SAASTAMOINEN J. Atmospheric Correction for the Troposphere and Stratosphere in Radio Ranging Satellites[M]//The Use of Artificial Satellites for Geodesy. Washington D C: American Geophysical Union, 2013: 247-251.

[20] GE M, GENDT G, DICK G, et al. A New Data Processing Strategy for Huge GNSS Global Networks [J]. *Journal of Geodesy*, 2006, 80(4): 199-203.

[21] LI J, ZHU H Z, XU A G, et al. Estimating Ionospheric Power Spectral Density for Long-Range RTK Positioning Using Uncombined Observations [J]. *GPS Solutions*, 2023, 27(3): 109.

[22] CHEN D Z, YE S R, XU C J, et al. Undifferenced Zenith Tropospheric Modeling and Its Application in Fast Ambiguity Recovery for Long-Range Network RTK Reference Stations[J]. *GPS Solutions*, 2019, 23(1): 26.